



Entropia e Teoria dell'Informazione

4as Giovanni Solfa

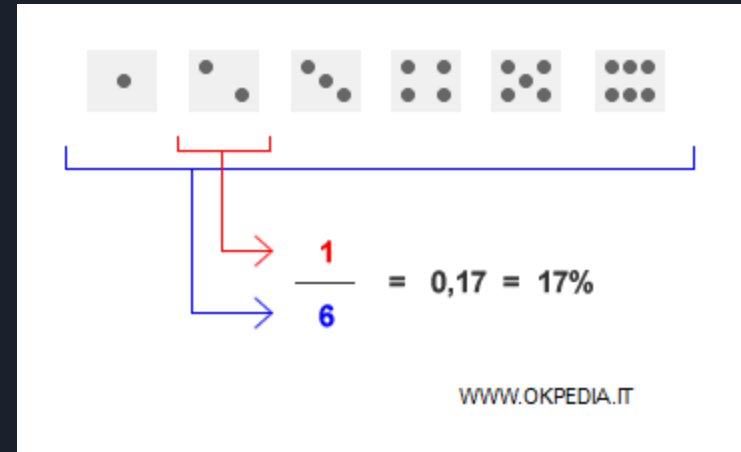
Indice

- Definizioni e concetti fondamentali
- Entropia formula e definizione
- Storia
- Esempio
- Applicazioni
- Termodinamica e Teoria dell'Inf



Definizioni e concetti fondamentali

- Probabilità
- base di numerazione e conversioni
- compressione di file
- autoinformazione e informazione





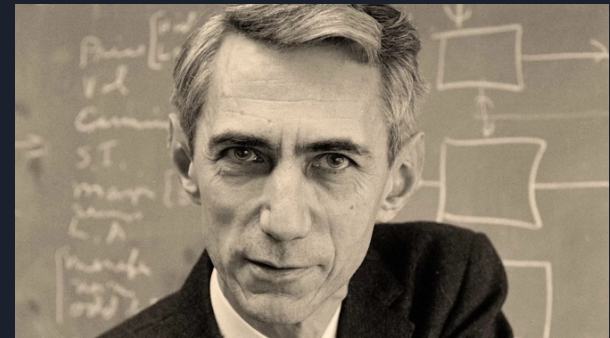
Entropia formula e definizione

Nella teoria dell'informazione l'**entropia** di una sorgente di messaggi è l'informazione media contenuta in ogni messaggio emesso. L'entropia di una sorgente risponde a domande come: qual è il numero minimo di bit che servono per memorizzare in media un messaggio della sorgente? Quanto sono prevedibili i messaggi emessi dalla sorgente?

$$H [X] = \sum_{i=1}^N P(x_i) \log_2 P(x_i)$$

Storia

Si deve a Claude Shannon lo studio dell'entropia nella teoria dell'informazione, il suo primo lavoro sull'argomento si trova nell'articolo *Una teoria matematica della comunicazione* del 1948. Nel primo teorema di Shannon, o teorema di Shannon sulla codifica di sorgente, egli dimostrò che una sorgente casuale d'informazione non può essere rappresentata con un numero di bit inferiore alla sua entropia, cioè alla sua autoinformazione media.





Efficienza di un alfabeto

Dato un alfabeto di N simboli, la sua entropia $\log_2 N$ nel trasmettere informazioni è massima se tutti i simboli vengono utilizzati con la stessa frequenza e si può definire l'efficienza dell'alfabeto come il rapporto tra la sua entropia e quella massima possibile per un alfabeto di N simboli

$$\eta [X] = \frac{\sum_{i=1}^N P(x_i) \log_2 P(x_i)}{\log_2 N}$$



Esempio

L'entropia di una **sorgente binaria** X che ha probabilità p di produrre 1, probabilità q di produrre 0 e di conseguenza $p+q=1$ è semplicemente

$$H[X]=-(p \log_2 p + q \log_2 q)=-p \log_2 p+(1-p) \log_2 (1-p)$$

Vale quindi 1 bit in caso di equiprobabilità dei risultati e 0 bit nel caso in cui la sorgente sia completamente prevedibile

Applicazioni

Uno dei più inaspettati utilizzi dell'entropia e degli algoritmi di compressione basati su di essa, è il riconoscimento di testi, sia per *crittografia*, sia per *pattern matching* (individuazione di *plagi*, compressione di sequenze di *DNA* etc.).

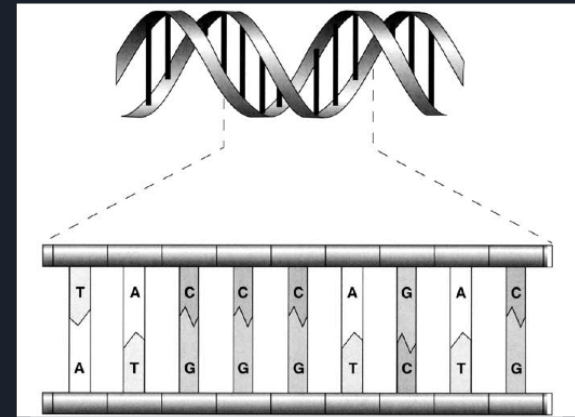


Fig. 1.1. La molecola del DNA è una doppia elica. L'informazione genetica è codificata nelle coppie di basi, A-T e G-C, che legano trasversalmente i due filamenti



Termodinamica e Teoria dell'Informazione

Consideriamo un sistema fisico in date condizioni di temperatura, pressione e volume, e stabiliamone il valore dell'entropia; in connessione è possibile stabilire il grado di ordine e quindi l'ammontare delle nostre informazioni. Supponiamo ora di abbassare la temperatura lasciando invariati gli altri parametri: osserviamo che la sua entropia diminuisce poiché il suo grado di ordine aumenta e con esso il nostro livello d'informazione. Al limite, alla temperatura prossima allo zero assoluto, tutte le molecole sono "quasi" ferme, l'entropia tende al minimo e l'ordine è il massimo possibile e con esso si ha la massima certezza d'informazione; infatti non esiste più alcuna alternativa fra cui scegliere.



Sitografia

[https://it.wikipedia.org/wiki/Entropia_\(teoria_dell%27informazione\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Entropia_(teoria_dell%27informazione))

<http://scienzapertutti.lnf.infn.it/component/content/article?id=2017:0431-entropia-nella-teoria-dell-informazione>

<https://www.lacomunicazione.it/voce/entropia/>